

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ  
22 ΙΟΥΝΙΟΥ 2021

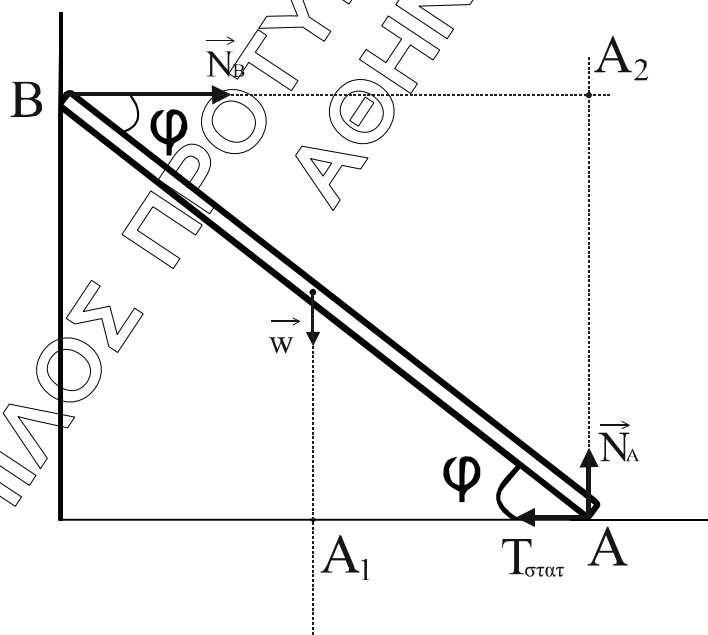
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

- A1.  $\gamma$ ,  
A2.  $\delta$ ,  
A3.  $\gamma$ ,  
A4.  $\beta$ ,  
A5. α) Σωστή, β) Λάθος, γ) Σωστή, δ) Σωστή, ε) Λάθος

ΘΕΜΑ Β

B1.



α) Σωστή η (ii)

β) ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΔΥΝΑΜΕΩΝ

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow N_B - T_{\text{στ}} = 0 \Rightarrow T_{\text{στ}} = N_B \quad (1)$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_A - w = 0 \Rightarrow N_A = w \quad (2)$$

$$\Sigma \tau_{(A)} = 0 \stackrel{\text{ισορροπιών}}{\Rightarrow} -N_B \cdot (A_2 A) + w \cdot (A_1 A) = 0 \Rightarrow$$

$$N_B \cdot \ell \cdot \eta \mu \phi = w \cdot \frac{\ell}{2} \cdot \sigma \nu \nu \phi \Rightarrow N_B = \frac{w}{2} \cdot \frac{1}{\epsilon \phi \phi} \quad (3)$$

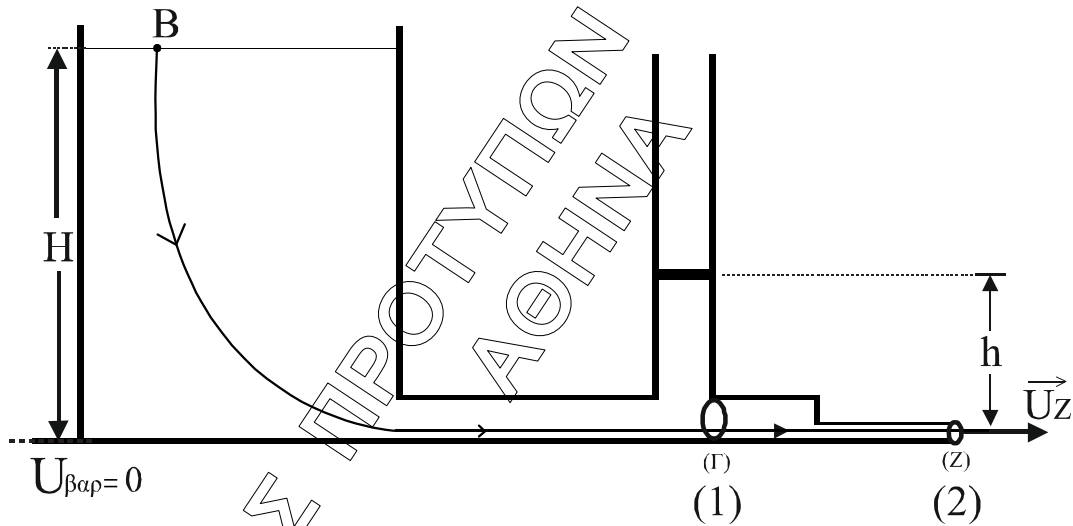
Για να μην ολισθαίνει η ράβδος:

$$T \sigma \tau \leq \mu_s \cdot N_A \stackrel{(1)}{\Rightarrow} \frac{w}{2} \cdot \frac{1}{\epsilon \phi \phi} \leq \mu_s \cdot w \Rightarrow \frac{1}{2 \cdot \mu_s} \leq \epsilon \phi \phi$$

Άρα για την ελάχιστη τιμή ισχύει:

$$\frac{1}{2 \cdot \mu_s} = \epsilon \phi \phi$$

**B2.**



**α) Σωστή η (i)**

**β)  $v_{\beta\alpha\rho} = 0$**

Bernoulli B  $\rightarrow$  Z:

$$P_{\text{atm}} + 0 + \rho \cdot g \cdot H = P_{\text{atm}} + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_Z^2 + 0 \Rightarrow \rho \cdot g \cdot H = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_Z^2 \quad (1)$$

Bernoulli  $\Gamma \rightarrow$  Z:

$$P_{\Gamma} + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_{\Gamma}^2 + 0 = P_{\text{atm}} + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_Z^2 + 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_{\text{atm}} + \frac{w}{A} + \rho \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_{\Gamma}^2 = P_{\text{atm}} + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_Z^2 + 0 \quad (2)$$

Εξίσωση συνέχειας,  $\Gamma \rightarrow$  Z

$$A_1 \cdot v_r = A_2 \cdot v_z \Rightarrow 2 \cdot \cancel{A_2} \cdot v_r = \cancel{A_2} \cdot v_r \Rightarrow v_r = \frac{v_z}{2} \quad (3)$$

(3)  $\rightarrow$  (2)

$$\frac{w}{A} + \rho \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \frac{v_z^2}{4} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_z^2$$

$$\frac{w}{A} + \rho \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_z^2 \left(1 - \frac{1}{4}\right)$$

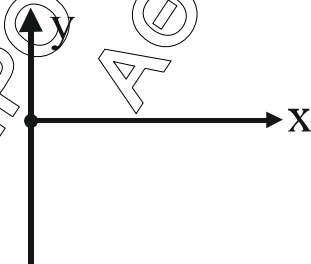
$$\frac{w}{A} + \rho \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_z^2 \cdot \frac{3}{4} \stackrel{(1)}{\Rightarrow}$$

$$\frac{w}{A} + \rho \cdot g \cdot h = \rho \cdot g \cdot H \cdot \frac{3}{4} \stackrel{\left(h = \frac{H}{4}\right)}{\Rightarrow}$$

$$\frac{w}{A} + \rho \cdot g \cdot \frac{H}{4} = \rho \cdot g \cdot H \cdot \frac{3}{4}$$

$$\frac{w}{A} = \rho \cdot g \cdot H \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{4}\right) \Rightarrow \boxed{w = \frac{\rho \cdot g \cdot H \cdot A}{2}}$$

**B3**



Α.Δ.Ο. (άξονας y)

$$0 + 0 = m_1 \cdot v_1' - m_2 \cdot v_2' \Rightarrow m_1 \cdot v_1' = m_2 \cdot v_2' \cdot \eta\mu 30^\circ$$

$$\cancel{m} \cdot v_1' = 2 \cancel{m} \cdot v_2' \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{v_1' = v_2'} = (1)$$

Ελαστική κρούση, άρα:

$$k_{\text{ΟΛ}}^{\text{ΠΡΙΝ}} = k_{\text{ΟΛ}}^{\text{ΜΕΤΑ}} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1'^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2'^2$$

$$m \cdot v_1^2 + m \cdot v_1'^2 + 2 \cdot m \cdot v_2'^2 \Rightarrow$$

$$v_1^2 = v_1'^2 + 2 \cdot v_2'^2 \quad (1)$$

$$v_1^2 = v_1'^2 + 2 \cdot v_1'^2 \Rightarrow v_1^2 = 3 \cdot v_1'^2$$

$$v_1' = \frac{v_1}{\sqrt{3}} \quad (2)$$

Α.Δ.Ο. για την πλαστική κρούση

$$m_1 \cdot v_1' + 0 = (m_3 + m_1) \cdot V_k \Rightarrow$$

$$V_k = \frac{v_1'}{2} \Rightarrow V_k = \frac{v_1}{2 \cdot \sqrt{3}} \quad (3)$$

$$\frac{K_{1,3}}{K_1} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 2m \cdot V_k^2}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2} = 2 \cdot \left( \frac{V_k}{v_1} \right)^2$$

$$= 2 \cdot \left( \frac{\frac{v_1}{2\sqrt{3}}}{v_1} \right)^2 = \frac{2}{4 \cdot 3} = \frac{1}{6}$$

Σωστή επιλογή η **(iii)**.

### ΘΕΜΑ Γ

$$\Gamma 1. \quad \bar{P} = I_{\text{εV}}^2 \cdot R_1 \Rightarrow I_{\text{εV}} = \sqrt{\frac{\bar{P}}{R_1}} \Rightarrow I_{\text{εV}} = \sqrt{\frac{12}{6}} = \sqrt{2} \text{ A}$$

$$I = I_{\text{εV}} \cdot \sqrt{2} = 2 \text{ A.}$$

$$V = I \cdot R_1 \Rightarrow V = 2 \cdot 6 = 12 \text{ Volt}$$

$$\Gamma 2. \quad f' = 2 \cdot f \Rightarrow \omega' = 2 \cdot \omega \Rightarrow \omega' = 100\pi \text{ r/s}$$

$$V' = N \cdot \omega' \cdot B \cdot A = N \cdot 2\omega \cdot B \cdot A$$

$$V' = 2V$$

$$V' = 24 \text{ Volt,}$$

$$I' = 2 \cdot I$$

$$I' = 4 \cdot A$$

$$\text{Άρα } P_{\sigma\tau} = V' \cdot I' \cdot \eta \mu^2(\omega't) \Rightarrow P_{\sigma\tau} = 24 \cdot 4 \cdot \eta \mu^2(100\pi \cdot t) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_{\sigma\tau} = 96 \cdot \eta \mu^2 \left( 100\pi \cdot \frac{5}{1000} \right) = 96 \cdot \eta \mu^2 \left( \frac{\pi}{2} \right) = 96 \text{ Watt}$$

$$\Gamma 3. \quad F = 0,5 \text{ N} \quad t_1 = 2\text{s}$$

Στο χρονικό διάστημα  $0 \leq t \leq 2$  η ράβδος εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

$$\alpha = \frac{F}{m} = \frac{0,5}{0,5} = 1 \text{ m/s}^2$$

$$v_1 = \alpha \cdot t_1 = 1 \cdot 2 = 2 \text{ m/s}$$

$$F = F_L \Rightarrow F = B \cdot I \cdot \ell \Rightarrow F = B \cdot \ell \cdot \left( \frac{B \cdot v_1 \cdot \ell}{R_{\text{ολ}}} \right)$$

$$F = \frac{B^2 \cdot \ell^2 \cdot v_1}{R_{\text{ολ}}} \Rightarrow F \cdot R_{\text{ολ}} = B^2 \cdot \ell^2 \cdot v_1 \Rightarrow$$

$$B^2 = \frac{F \cdot R_{\text{ολ}}}{v_1 \cdot \ell^2} = 2 + \frac{6+3}{6+3} = 2 + 2 = 4$$

$$B^2 = \frac{0,5 \cdot 4}{2 \cdot 1^2} \Rightarrow B^2 = 1 \Rightarrow \boxed{B = 1\text{T}}$$

$\Gamma 4.$

$$W_F = F \cdot \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t_1^2 + F \cdot v_1 \cdot (t_2 - t_1)$$

$$W_F = 0,5 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2^2 + 0,5 \cdot 2 \cdot 3$$

$$W_F = 1 + 3 = 4\text{J}$$

$$W'_F = 3J \quad \boxed{\text{Α.Δ.Ε.}}$$

$$\cancel{E_{\text{MHX}}^{\text{αρχ}}} + W_F = \cancel{E_{\text{MHX}}^{\text{τελ}}} + Q_J \Rightarrow Q_J = 3J$$

$$Q_J = Q_1 + Q_2$$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_2}{R_1} \quad \text{λόγω παραλληλίας}$$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{2Q_1 = Q_2}$$

$$Q_J = 3Q_2 \Rightarrow Q_2 = 1J$$

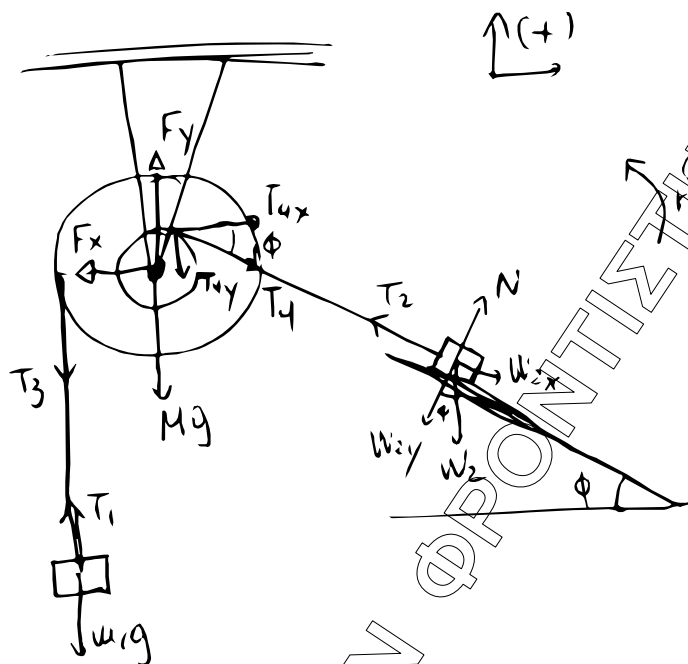
$$x = \left( \frac{Q_2}{W_F} \right) \cdot 100\% = \left( \frac{1}{4} \right) \cdot 100\% = 25\%$$

25%.

ΝΟΥΣ ΟΜΙΛΟΣ ΠΡΟΤΥΠΩΝ ΑΘΗΝΑ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΩΝ

# Οδία Δ

Δ 1.



Η ειναι τροχαλία ισορροπεί περιστροφικά Άρα:

$$\sum \tau_{(O)} = 0 \Rightarrow T_3 \cdot 2r - T_4 \cdot r = 0 \Rightarrow 2T_3 = T_4 \quad (1)$$

Όμως  $T_3 = T_1$  &  $T_4 = T_2$  γιατί τα νήματα δεν έχουν κλίση, άρα η (1) γίνεται  $2 \cdot T_1 = T_2$ . (2)

Γο Σ1 ισορροπεί άρα  $T_1 = m_1 g$  και  
 Γο Σ2 ισορροπεί άρα  $T_2 = W_{2x} \Rightarrow T_2 = W_2 \cdot \sin \phi \Rightarrow$

$\Rightarrow T_2 = m_1 g \sin \phi$  Άρα η (2) ~~εί~~ γίνεται:

$$2m_1 g = m_2 g \sin \phi \Rightarrow m_1 = \frac{m_2 \sin \phi}{2} = \frac{50,6}{2} = \boxed{1,5 \text{ kg}}$$

Η τροχαλία ισορροπεί και μεταφορικά

$$\left. \begin{aligned} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} T_{4x} = F_x \\ F_y = Mg + T_3 + T_{4y} \end{aligned} \right\} \longrightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} T_4 \cos \varphi = F_x \\ F_y = Mg + T_3 + T_4 \sin \varphi \end{array} \right\} \begin{array}{l} T_4 = T_2 \\ T_3 = T_1 \end{array}$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} F_x = T_2 \cos \varphi \\ F_y = Mg + T_1 + T_2 \sin \varphi \end{array} \right\} \begin{array}{l} T_2 = m_2 g \cos \varphi \\ T_1 = m_1 g \end{array}$$

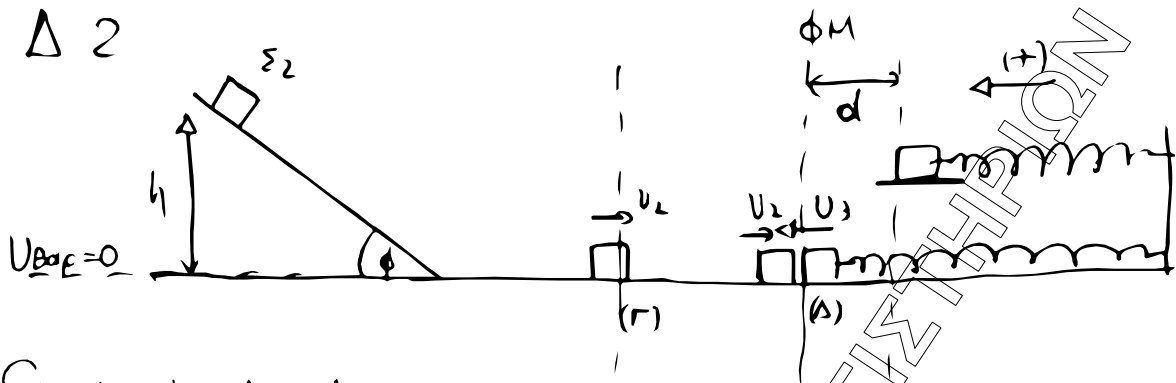
$$\rightarrow \left. \begin{array}{l} \cancel{F_x = m_2 g \cos \varphi} \quad F_x = m_2 g \sin \varphi \cdot \cos \varphi \\ F_y = M \cdot g + m_1 g + m_2 g \sin \varphi \cdot \sin \varphi \end{array} \right\} \rightarrow$$

$$\Rightarrow F_x = 50 \cdot 0,8 \cdot 0,6 = 24 \text{ N}$$

$$F_y = 15 + 15 + 50 \cdot 0,6 \cdot 0,6 = 48 \text{ N}$$

$$\begin{aligned} \text{Σ } \tau & F_{\text{αβ}} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{24^2 + 48^2} = \sqrt{3 \cdot 2^2 \cdot 28^2} \\ & \cancel{= 8\sqrt{45} \text{ N}} \quad \neq \sqrt{24^2 + 2^2 \cdot 24^2} = \underline{\underline{24\sqrt{5} \text{ N}}} \end{aligned}$$





Εφαρμογή ΑΔ Αρχής Διατήρησης Ενέργειας για το  $\Sigma_2$  από την αρχική του θέση μέχρι την θέση  $\Gamma$ .

$$U_{βαΕ} = kx \Rightarrow \frac{1}{2} m_2 g h = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \Rightarrow |v_2| = \sqrt{2gh} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |v_2| = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1,8} = \underline{6 \text{ m/s}}$$

Από το  $\Gamma$  έως το  $\Delta$  το  $\Sigma_2$  φράνκ λόγω απόχρονου  $\Delta t_2 = \frac{\Gamma\Delta}{v_2} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{\ell}{v_2} = \frac{3\pi}{5 \cdot 6} = \frac{\pi}{10}$  δευ. αφα κινείται ευθύγραμμα και ομαλά στο μήκος.

Στο ίδιο χρονικό διάστημα το  $\Sigma_3$  εκτελεί το  $1/4$  της ταλάντωσης του Άρα  $\Delta t_2 = T/4$  όπου  $T$  η περίοδος ταλάντωσης του  $\Sigma_3$ .

$$\text{Διότι: } \Delta t_2 = \frac{1}{4} \cdot 2\pi \sqrt{\frac{m_3}{k}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{10} = \frac{1}{4} \cdot 2\pi \cdot \sqrt{\frac{5}{k}} \Rightarrow \frac{1}{5} = \sqrt{\frac{5}{k}} \Rightarrow \frac{1}{25} = \frac{5}{k} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{k = 125 \text{ N/m}}$$

Δ3. Στο ευκλείδειο Δ γίνεται η κεντρική  
ελαστική κρούση των  $\Sigma_2$  &  $\Sigma_3$

Επειδή

έχουν ίσες μάζες έχουμε ανταλλαγή

ταχύτητας Άρα:  $v_3' = -v_2 \Rightarrow v_3 = -6 \text{ m/s}$

κ'  $v_2' = v_3 = \omega A$  όπου  $\omega$  κ'  $A$  στοιχεία

της ΑΑΤ των  $\Sigma_3$

Είναι  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{125}{5}} = 5 \text{ rad/s}$  κ'  $A = d = 0,2 \text{ m}$ .

Έτσι  $v_2' = 5 \cdot 0,2 = 1 \text{ m/s}$

Επειδή των  $t=0$  αμέσως μετά την κρούση η

το  $\Sigma_3$  είναι στην θέση ισορροπίας

και κ' έχει  $v > 0$ . Παραβιάζει λοιπόν αρχική

φάση Άρα  $x = A \cdot \sin(\omega t + \phi_0)$  των  $t=0$  το  $x=0$

οπότε έχουμε  $0 = \sin \phi_0 \Rightarrow \sin \phi_0 = \sin 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \phi_0 = 2k\pi + \pi$  αφά η ισχύουσα είναι αρνητική  
με κεν

Επειδή πρέπει  $0 \leq \phi_0 < 2\pi$ , το  $k=0$  άρα  $\phi_0 = \pi \text{ rad}$

Επειδή των  $v_3'$  των διαφέρει το  $m_3$

στην θέση ισορροπίας τα μετά την κρούση θα

είναι το μέτρο της ίσο με  $\omega A'$  Δηλαδή:

$$|U_3'| = \omega A' \Rightarrow \epsilon = 5 \cdot A' \Rightarrow A' = 1,2 \text{ m}$$

Έτσι για την επίλυση υποδιόρθωσης να  $\Sigma_3$

Οα ίσως:  $x = 1,2 \text{ m} (\pm t + \eta)$  στο  $\Sigma_1$ .

Δ.4. Από υπόθεση  $k_{\alpha\beta} = 8 U_{\alpha\beta} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \epsilon_{02} - U_{\alpha\beta} = 8 U_{\alpha\beta} \Rightarrow \frac{1}{2} k A'^2 = 9 \cdot \frac{1}{2} k X^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \pm \frac{A'}{3} = \pm 0,4 \text{ m} \text{ κ' } x = -0,4 \text{ m}$$

αφαι είναι για πρώτη φορά μετά την

κράση. Έτσι:  $\frac{dP}{dt} = \Sigma F = -kx = -125 \cdot (-0,4) =$

$$= 50 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow \boxed{\frac{dP}{dt} = 50 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

Συνέχεια  
Δ.α

$$\frac{dk}{dt} = \frac{dW_{\text{εφ}}}{dt} = \frac{\sum \vec{F} \cdot d\vec{x}}{dt} = \sum \vec{F} \cdot \vec{v}_3$$

$$= -k \cdot \vec{x} \cdot \vec{v}_3 \quad \text{Επειδή } \vec{x} \text{ ε' } \vec{v}_3$$

συγκριτικά έχουμε:

$$\frac{dk}{dt} = -k \cdot x \cdot v_3$$

Όπως:  $k_{\text{α}1} = 8 \cdot v_{\text{α}1}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m_3 v_3^2 = 8 \cdot \frac{1}{2} m_3 \omega^2 x$$

$$\Rightarrow v_3^2 = 8 \cdot 25 \cdot 0,4^2 \Rightarrow v_3^2 = 32$$

$$\Rightarrow |v_3| = 4\sqrt{2} \text{ m/s}$$

Αρα:  $\left| \frac{dk}{dt} \right| = k \cdot 1 \times 1 \cdot |v_3| = 125 \cdot 0,4 \cdot 4\sqrt{2} = \boxed{200\sqrt{2} \frac{\text{J}}{\text{s}}}$

Δ.5. Το  $\Sigma_3$  περνά από την θέση φυσικά  
 κρέμας τα ελατήρια  $\Delta t = T/2$  και ενώ  
 κρέμασται ελαττεί μέχρι 70% την  
 θέση ισορροπίας.

Άρα το  $\Sigma_2$  θα έχει διακύμανση τα  
 χρονοστάδια  $\Delta x_2 = v_2' \cdot \Delta t = v_2' \cdot \frac{T}{2} = v_2' \cdot \frac{2\pi}{\omega} \sqrt{\frac{m_3}{k}} =$   
 $= 1 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{5}{125}} = 0,2\pi \text{ m} = 0,628 \text{ m}$ . Επομένως το

$\Sigma_3$  ξεκινάει από την θέση φυσικά κρέμας  
 ακίνητος και να κρεμάται και να  
 είναι ίδια θέση κρέμας από  $\Delta t = T/2$ , η κρέμα  
 των δύο ελατηρίων αποδράση "καταβραχύνθηκε"

Μόνο από την κίνηση τα  $\Sigma_2$

Άρα:  $\Delta d = \Delta x_2 = 0,628 \text{ m}$